

Vektorterek **D** Vektortérxiómák, altér, generátorrendszer, függetlenség, bázis, dimenzió. Lineáris leképezés és ekvivalens definíciói, lineáris transzformáció **B** Lineáris leképezés előírható egy bázison **D** Magtér, képtér, injektív, szürjektív leképezések, izomorfizmus **B** Minden n -dimenziós, \mathbb{F} fölötti vektortér izomorf \mathbb{F}^n -nel **T** Dimenziótétel **D** Vektorok koordinátavektorai, lineáris leképezések és transzformációk mátrixa adott bázispárban, illetve bázisban **B** Áttérés másik bázispárra, illetve bázisra **D** Mátrixok hasonlósága, **B** hasonlóságra invariáns tulajdonságok **D** Altérak összege, direkt összege **B** Direkt összeg ekvivalensei

Valós és komplex euklideszi terek **D** Skaláris szorzat \mathbb{R}^n és \mathbb{C}^n terekben **D** Valós és komplex euklideszi tér **D** Merőlegesség, vektor hossza, valós euklideszi terekben vektorok szöge. Ortogonális, ortonormált vektorrendszer **B** Minden véges dimenziós euklideszi térben van ONB (Gram–Schmidt-féle eljárás, valós és komplex eset) **T** n -dimenziós valós, illetve komplex euklideszi tér és \mathbb{R}^n , illetve \mathbb{C}^n kapcsolata **B** Ortonormált vektorrendszer független **B** CBS-egyenlőtlenség, **T** háromszög-egyenlőtlenség komplex euklideszi térben **D** Altér merőlegese **B** Véges dimenziós euklideszi térben $W \oplus W^\perp = V$, $(W^\perp)^\perp = W$ **T** Altérre való merőleges vetítés skaláris szorzás segítségével (legjobb közelítés ONB esetén) **D** Komplex mátrix adjungáltja, **T** komplex mátrix kitüntetett altereinek kapcsolata

Ortogonalis és unitér mátrixok és transzformációk

D Ortogonalis (unitér), szemiortogonalis mátrixok **B** Ortogonalis (unitér) illetve szemiortogonalis mátrix ekvivalens definíciói **B** Ortogonalis (unitér) mátrix mátrixleképezésének jellemzése **D** Givens-forgatás, Householder-tükrözés **B** Teljes oszloprangú mátrix QR-felbontásának létezése és egyértelmősége (kiszámítása Givens-forgatásokkal, Householder-tükrözésekkel is) **B** Egyenletrendszer optimális megoldása QR-felbontás segítségével

Sajátérték, sajátvektor **D** Lineáris transzformáció, illetve mátrix sajátértéke, sajátvektora, karakterisztikus polinom **B** Sajátértékek és sajátvektorok meghatározása **D** Sajátaltér, invariáns altér **B** A sajátaltérak összege direkt összeg (különböző sajátértékekhez tartozó sajátaltérak) **D** Algebrai és geometriai multiplicitás **B** Determináns = sajátértékek szorzata, nyom = sajátértékek összege **B** Diagonalizálható mátrixok jellemzése **B** Spektrálfelbontás (sajátaltérre való projekciókkal, diagonális alak is) **T** Diagonalizálható mátrixok hatványozása **B** Gersgorin-körökről szóló tétel **T** Hatványmódszer a sajátértékek numerikus közelítésére

Normális mátrixok **D** Szimmetrikus, ferdén szimmetrikus, önadjungált, ferdén önadjungált, normális mátrixok, és kapcsolataik **B** Az önadjungált, ferdén önadjungált, unitér, normális tulajdonság (és valós változataik) invariánsak az unitérral (ortogonalissal) való konjugálásra **B** Önadjungált, ferdén önadjungált és unitér mátrixok sajátértékei **T** Normális mátrix kitüntetett altereinek kapcsolata **B** Schur-felbontás **B** Spektráltétel: komplex normális mátrix unitér diagonalizálhatósága **B** Főtengelytétel (valós és komplex)

Kvadratikus alakok **D** Valós és komplex kvadratikus alak mátrixa **B** Áttérés másik bázisra **B** Kvadratikus alak diagonalizálhatósága (négyzetösszeggé transzformálása) a fő-tengelytétel segítségével, másodrendű görbék kanonikus alakra hozása **D** Kvadratikus alak jellege **B** Kvadratikus alak diagonalizálása szimultán sor- és oszlopműveletekkel **D** Főminorok **B** Kvadratikus alak definitiségének meghatározása a főminorok segítségével **B** Valós pozitív szemidefinit mátrixok felbontása $C^T C$ alakban **B** Négyzetgyökvonás valós pozitív szemidefinit mátrixból **B** A pozitív definitiség mátrixfelbontásos ekvivalensei

Bilineáris függvények **D** Komplex és valós bilineáris függvények **D** Felírásuk adott bázisban, bilineáris függvény Gram-mátrixa **B** Báziscsere hatása a Gram-mátrixra **D** Szimmetrikus és Hermite-féle bilineáris függvények **B** Jellemzésük Gram-mátrixaikkal **B** Komplex bilineáris függvények és kvadratikus alakjaik között bijekció van **T** Kvadratikus alak pontosan akkor valós értékű, ha a bilineáris függvény Hermite-féle **B** Valós szimmetrikus bilineáris függvények és a kvadratikus alakok közt bijekció van **B** Sylvester-féle tehetetlenségi tétel

SVD **B** $A^T A$ pozitív szemidefinit **D** Mátrix szinguláris értéke, szinguláris vektorok **D** SVD (redukált, teljes) **B** SVD megkonstruálása, kitüntetett altérak ONB-ai **B** SVD-ből pszeudinverz **D** Poláris felbontás **B** Poláris felbontás létezése, invertálható esetben egyértelmősége **B** SVD-ből poláris felbontás **T** Eckart–Young-tétel

Minimálpolinom **D** Mátrix/transzformáció anulláló polinomja, minimálpolinom **B** Minimálpolinom osztója minden anulláló polinomnak **B** Minimálpolinom gyökei **B** Minimálpolinom egyértelmősége **B** Cayley–Hamilton-tétel **B** Hasonló mátrixok karakterisztikus és minimálpolinomja, sajátértékeik, azok algebrai és geometriai multiplicitásai megegyeznek

Jordan-féle normálalak **B** Mátrix felbontása blokkdiagonális alakra **T** Mátrix felbontása a minimálpolinom relatív prím faktorai szerint **D** Jordan-blokk, Jordan-mátrix, Jordan-lánc, Jordan-bázis **B** Jordan-féle normálalak létezése, egyértelmősége **D** Mátrixfüggvények **D** Hermite-féle interpolációs polinom **B** Jordan-blokk polinomja, függvénye **B** Mátrixfüggvény kiszámolása Jordan-bázis valamint Hermite-interpoláció segítségével

Mátrixnormák **D** Vektornormák: p -, ∞ -, 1-norma **D** Mátrixnormák: Frobenius-, indukált, 1-, 2- (spektrális), ∞ -normák **D** Spektrálsugár **B** 2-norma = maximális szinguláris érték **B** Az Eckart–Young-tétel 2-normára

Alkalmazások **B** Mátrixhatvány konvergenciája **T** Homogén lineáris rekurziók és elsőrendű homogén differenciaegyenlet-rendszerek **B** Homogén lineáris rekurzióval megadott sorozat általános tagja **B** Fisher-egyenlőtlenség **D** Gráfok adjacencia- és incidenciamátrixa **T** Az adjacenciamátrixból leolvasható gráftulajdonságok **B** páros gráf jellemzése a spektrummal