1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum$

LinAlgMérnököknek Pót.ZH 19-12-12 Neptun: ________ **Név:** ________

1. Válaszoljunk az alábbi kérdésekre

a) (2 pont) Legyen $\mathrm{r}(\mathbf{A}_{m\times n}) = r$. Írjuk fel a kitüntetett alterek dimenzióit!

,

b) (2 pont) Legyen $\mathcal{B} = \{(4,1,0),(0,4,1),(0,0,4)\}$, $\mathcal{C} = \{(1,0,0),(2,2,0),(3,3,3)\}$. Írjuk fel (kiszámítani nem kell) az $\mathbf{x}$ vektor $[\mathbf{x}]_\mathcal{B}$ koordinátás alakját az $[\mathbf{x}]_\mathcal{C}$ ismeretében a megfelelő áttérés mátrixának segítségével!

c) (1 pont) Írjuk fel a síkbeli 135°-os forgatás mátrixát!

2. Írjuk fel az $(1,1,0)$, $(0,1,2)$ és $(1,0,3)$ pontokon átmenő sík explicit vektoregyenletét és implicit egyenletrendszerét!

3. Írjuk fel a $-2-2\mathrm{i}$ szám összes köbgyökét algebrai alakban!

4. Tekintsük az $(1,2,2)$, $(2,4,4)$, $(3,3,6)$, $(4,5,8)$, $(2,1,4)$ vektorok által kifeszített $\mathcal{V}$ alteret. Válasszunk bázist $\mathcal{V}$-ben e vektorokból, és írjuk fel e vektorok koordinátás alakját e bázisra nézve!

5. Számítsuk ki az alábbi determináns értékét három különböző módon is: elemi sorműveletekkel, valamely sor vagy oszlop szerinti kifejtéssel és a belőle kiválasztható kígyók segítségével!

$$\det\begin{bmatrix}1&2&0&1\\1&0&2&0\\2&0&0&1\\0&2&1&0\end{bmatrix}$$

6. Határozzuk meg és foglaljuk táblázatba a rangját, nullitását, determinánsát, nyomát az $\mathbb{R}^3$ tér vektorai (1) egy pontra való tükrözésének, (2) egy egyenesre való merőleges vetítésének, (3) egy síkra való tükrözésének!

7. Határozzuk meg az inkonzisztens

$$\begin{aligned}x+2y-2z&=3\\2x+4y-4z&=3\\-x-2y+2z&=3\end{aligned}$$

egyenletrendszer összes *optimális* megoldását a normálegyenlet segítségével és a minimális abszolút értékű megoldással kifejezve!

8. Adjuk meg az $\mathbf{A}$ mátrix LU-felbontását $\mathbb{R}$ fölött, és oldjuk meg az $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ egyenletrendszert mátrixinvertálással, ahol

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-4&4&1\\0&2&0\\1&1&0\end{bmatrix}\quad\text{és}\quad\mathbf{b}=\begin{bmatrix}2\\4\\3\end{bmatrix}.$$

9. Legyen $\mathcal{V}=\operatorname{span}((0,1,1,0),(1,2,0,1))$. Adjuk meg egy olyan a $\mathcal{W}\le\mathbb{R}^4$ alteret, melyre igaz, hogy $\mathbb{R}^4$ minden vektora pontosan egyféleképp írható fel egy $\mathcal{V}$-beli és egy $\mathcal{W}$-beli vektor összegeként!

10. Milyen messze van az előző feladatbeli $\mathcal{V}$ altértől a $(2,2,4,0)$ pont?