1	2	3	4	5	6	$\sum$

LinAlgMérnököknek 1.ZH 19-10-18 Neptun: ________ **Név:** ________________________

A dolgozat feladatainak eredményeit erre a lapra kell írni, de a mellékszámítások is beadandók! Minden további papírlap jobb felső sarkára mindenki írja föl a saját nevét és a Neptun-kódját! A feladatok megoldásához semmilyen segédeszköz nem használható!

1. Válaszoljunk az alábbi kérdésre, illetve fejezzük be a mondatot valamely tétel vagy definíció alapján!

a) (1 pont) Írjuk le, hogy az alábbi műveleti tulajdonságok közül annak/azoknak a betűjelét, amelyik/amelyek igaz(ak) a vektori szorzásra! (A) kommutatív, (B) asszociatív, (C) disztributív, (D) egységelemes, (E) nullosztómentes:

b) (1 pont) Egy $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ mátrix nullterének merőlegese $\mathcal{N}(\mathbf{A})^\perp =$

c) (1 pont) A $\mathcal{B} = \{(1,2,3),(0,1,2),(0,0,1)\}$ bázisról a standard bázisra való áttérés mátrixának segítségével írjuk fel, hogy egy $\mathcal{B}$ bázisban megadott $[\mathbf{x}]_\mathcal{B}$ vektor standard bázisbeli $[\mathbf{x}]_\mathcal{E}$ koordinátás alakja hogy kapható meg!

d) (1 pont) Ha $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^n$ egy egységvektor, akkor tetszőleges $\mathbf{x}$ vektornak az $\mathbf{e}$ egyenesére eső merőleges vetületi vektora

e) (1 pont) Egy véges dimenziós $\mathcal{V}$ vektortér bázisa egy olyan vektorrendszer, mely maximális méretű ...

f) (1 pont) Válasszunk ki minden helyes változatot: Az $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ mátrixra (A) $\mathbb{R}^n$ minden vektora előáll egy $\mathcal{S}(\mathbf{A})$- és egy $\mathcal{N}(\mathbf{A})$-beli vektor összegeként, (B) $\mathbb{R}^m$ minden vektora előáll egy $\mathcal{O}(\mathbf{A}^\mathsf{T})$- és egy $\mathcal{N}(\mathbf{A})$-beli vektor összegeként, (C) $\mathbb{R}^n$ minden vektora egyértelműen előáll egy $\mathcal{O}(\mathbf{A}^\mathsf{T})$- és egy $\mathcal{N}(\mathbf{A})$-beli vektor összegeként.

2. *(2 pont)* Határozzuk meg az $(1,2,-1)$, $(2,-1,1)$ és $(-1,1,2)$ vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát és orientációját!

3. *(3 pont)* Írjuk fel az $(1,1,0)$ és $(3,1,1)$ pontokon átmenő egyenes explicit vektoregyenletét és implicit egyenletrendszerét!

4. *(5 pont)* Határozzuk meg az

$$\begin{cases} x + \ y + \ z = 3 \\ x \qquad + 2z = -1 \\ x + 2y \qquad = 7 \end{cases}$$

egyenletrendszer összes megoldását a Gauss–Jordan-módszerrel, majd a minimális abszolút értékű megoldással kifejezve!

5. *(5 pont)* Írjuk fel $\dfrac{-64-128\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$ összes hatodik gyökét algebrai alakban! Ábrázoljuk e gyököket a komplex számsíkon!

6. *(4 pont)* Tekintsük $\mathbb{R}^4$-ben a $\mathbf{v}_1 = (2,1,0,2)$, $\mathbf{v}_2 = (4,2,0,4)$, $\mathbf{v}_3 = (-2,0,1,-1)$, $\mathbf{v}_4 = (8,2,-2,6)$ vektorok által kifeszített $\mathcal{V}$ alteret.

(a) Válasszuk ki e vektorok közül $\mathcal{V}$ egy bázisát!

(b) Írjuk fel mind a négy vektornak e bázisra vonatkozó koordinátás alakját!

(c) Írjuk fel a $\mathcal{V}^\perp$ tér egy bázisát!

(d) Az $\mathbf{A} = [\mathbf{v}_1|\mathbf{v}_2|\mathbf{v}_3|\mathbf{v}_4]$ mátrix mely kitüntetett altereivel egyezik meg $\mathcal{V}$ és $\mathcal{V}^\perp$?