

D = definíció **T** = tétel **n.B** = tétel + n. kötelező bizonyítás

Vektorok **D** irányított szakasz, vektor, vektor hossza, állása, iránya **D** vektorok szöge és irányított szöge **D** jobb- és bal-rendszer 2D- és 3D-ben **D** vektori szorzat **T** vektori szorzás tulajdonságai, műveleti tulajdonságai, kiszámolása koordinátás alakból **T** paralelepipedon előjeles térfogata, paralelogramma előjeles területe **D** 2×2 -es 3×3 -as determináns, Sarrus-szabály **D** irányvektor, normálvektor **T** térbeli sík, síkbeli és térbeli egyenes explicit és implicit egyenletrendszerei

n-dimenziós vektorok **D** vektorműveletek $\mathbb{R}^n$ -ben, vektorok hossza, szöge, távolsága **T** $\mathbb{R}^n$ alaptulajdonságai **D** lineáris kombináció, lineáris függetlenség, összefüggőség, generátor-rendszer, bázis, standard bázis **1.B** lineáris függetlenség (egy ekvivalens megfogalmazása a 0-vektorral) **T** skaláris szorzás alaptulajdonságai **D** vektor normája, szöge, merőlegessége, vektorok távolsága, **T** vektor merőleges összetevőkre bontása **2.B** Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz-egyenlőtlenség

Komplex számok, tesztek, gyűrűk **D** komplex szám, algebrai alak, konjugált, trigonometriai alak, abszolút érték, irányszög **T** algebrai és trigonometriai alak kapcsolata **T** műveletek algebrai, ill. trigonometriai alakban (összeadás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás) **D** egységgyökök **T** konjugált és az abszolút érték tulajdonságai **D** test, gyűrű (egységelemes, kommutatív, nullosztómentes) **D** a mod művelet és egészek kongruenciája **T** példák tesztekre ($\mathbb{Z}_p$, ha p prím, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$) és gyűrűkre ($\mathbb{Z}_m$, ha m nem prím, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}[x]$)

Egyenletrendszerek megoldása **D** lineáris egyenlet, egyenletrendszer, homogén, inhomogén, egyenletrendszer megoldása, megoldásvektora **D** (in)konzisztens egyenletrendszer **T** sormodell, oszlopmodell **T** ekvivalens átalakítások **D** mátrix, együtthatómátrix, bővített mátrix **D** elemi sorműveletek, lépcsős alak, főelem, bázisoszlop, **T** lépcsős alakra hozás, Gauss-módszer **D** redukált lépcsős alak **T** Gauss–Jordan-módszer **T** a redukált lépcsős alak egyértelműsége **D** szimultán egyenletrendszer

A megoldások tere **D** mátrix rangja **T** az együtthatómátrix rangja, a kötött és szabad változók száma **3.B** egyenletrendszer megoldhatóságának és egyértelmű megoldhatóságának mátrixrangos feltétele **T** a megoldások száma homogén és inhomogén esetben (véges test fölött is) **T** mikor van a homogén egyenletrendszernek nemtriviális megoldása **D** vektortér, altér (e06 11.o.) **4.B** a homogén lineáris egyenletrendszer megoldásai alteret alkotnak (azaz a megoldások lineáris kombinációja is megoldás; bizonyítható mátrixműveletekkel is) **D** nulltér **D** kifeszített (generált) altér **T** az inhomogén és a hozzá tartozó homogén egyenletrendszer megoldásai közti kapcsolat **D** affin altér **D** sortér, oszloptér **T** egyenletrendszer megoldhatóságának feltétele ($\mathbf{b} \in \mathcal{O}(\mathbf{A})$) **T** sortér és oszloptér viselkedése elemi sorműveletek közben **D** bázis **T** bázis ekvivalens definíciói **T** bázistétel (a bázis elemszámának egyértelműsége) **D** dimenzió **D** koordinátázás **T** sortér és oszloptér dimenziója = rang **5.B** dimenziótétel (rang–nullitási tétel) **T** sortér és nulltér merőlegessége **D** altér merőlegese **T** lineáris algebra alaptétele **D** a 4 kitüntetett altér **T** és azok kapcsolata **T** lineáris egyenletrendszer sortérbe eső megoldása

Mátrixműveletek **D** elemenkénti mátrixműveletek, mátrixok lineáris kombinációja **D** mátrixszorzás és annak felírása Σ -jelekkel **D** diadikus szorzat (diád) **D** blokkmátrix-műveletek **T** mátrixszorzás és lineáris kombináció **D** áttérés mátrixa **T** koordinátás alak változása báziscserénél **T** bázisfelbontás, diádok összegére bontás **D** teljes (sor-, oszlop-)rangú mátrix **D** egységmátrix, elemi mátrixok **6.B** **AB** sor- és oszlopvektorainak kapcsolata **A** és **B** sor- és oszlopvektoraival **T** szorzat és összeg rangjának becslése **T** összeadás és ska-

lárrel szorzás tulajdonságai **T** szorzás tulajdonságai **7.B** szorzás asszociativitása **D** mátrixhatvány **T** transzponálás tulajdonságai **D** mátrix inverze **T** **I** – **A** inverze ha **A** nilpotens **T** elemi mátrixok inverze **T** inverz létezéséhez elég egy feltétel **T** inverz alaptulajdonságai, kiszámítása elemi sorműveletekkel **T** az invertálhatóság és az egyenletrendszerek kapcsolata **T** invertálhatósággal ekvivalens állítások, szingularitással ekvivalens állítások **T** áttérés mátrixának inverze **T** műveletek diagonális mátrixokkal **D** permutáló mátrix, kígyó **T** permutáló mátrixok szorzata **T** permutáló mátrixok inverze **T** műveletek háromszögmátrixokkal **D** szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrixok **T** műveletek szimmetrikus mátrixokkal (szimmetrikusok szorzata mikor szimmetrikus) **8.B** mátrix felbontása szimmetrikus és ferdén szimmetrikus összegére **T** **A**^T**A** és **AA**^T szimmetrikus **D** LU-felbontás **D** PLU-felbontás

Determináns **D** determináns **9.B** mikor 0 a determináns **T** egyenletrendszerek és a determináns **D** permutációk inverziói **T** permutáló mátrix determinánsa **T** **det(AB)** = **det(A)****det(B)** **T** a determináns minden sorában lineáris függvény (multilineáris) **10.B** determináns, mint kígyók determinánsainak összege **T** kifejtési tétel **D** Vandermonde-det **T** és értéke **T** Cramer-szabály **T** inverz mátrix elemei, inverz előállítás aledeterminánsokkal **T** blokkháromszög-mátrixok determinánsa **T** determináns és rang kapcsolata

Lineáris leképezések **D** vektortér absztrakt fogalma, példák vektorterekre ($\mathbb{F}^{m \times n}$, $\mathbb{F}[x]$, $\mathbb{C}_R, \dots$) **T** minden vektortérnek van bázisa **D** mátrixleképezés **D** lineáris leképezés és transzformáció, képtér, magtér **11.B** minden lineáris $\mathbb{F}^n \rightarrow \mathbb{F}^m$ leképezés mátrixleképezés **D** mátrix nyoma **T** geometriai transzformációk mátrixai (forgatás, hipersíkra való vetítés és tükrözés) **T** altérre való merőleges vetítés mátrixa **T** egy mátrix mikor merőleges vetítés mátrixa **D** altértól való távolság **12.B** legjobb közelítés tétele (vektorhoz altérben legközelebb eső vektor és vektor felbontása merőleges összetevőkre) **D** optimális megoldás **T** optimális megoldások normálegyenlettel **T** **r(A**^T**A)** = **r(AA**^T) = **r(A)** **T** egyetlen opt.mo., ha **A** teljes oszloprangú **T** lineáris regresszió optimális megoldásként **D** hasonlóság, konjugált **T** mikor hasonló két mátrix **T** hasonlóságra invariáns tulajdonságok **D** rang, nullitás, determináns, nyom fogalmának kiterjesztése lineáris leképezésekre **T** dimenziótétel (rang–nullitási-tétel) lin.leképezésekre **D** vektorterek izomorfizmusa **T** $\mathcal{V}_{\mathbb{F}} \simeq \mathbb{F}^n$

Euklideszi tér **D** valós euklideszi tér, távolság, merőlegesség, ortogonális és ortonormált bázis **D** komplex vektorok skaláris szorzata, adjungált **D** ortogonális transzf., ortogonális mátrix **T** ortogonális transzf. és ortogonális mátrix tulajdonságai

Sajátérték, sajátvektor **D** mátrix/lineáris transzformáció sajátértéke, -vektora, -altér, karakterisztikus polinomja **13.B** sajátértékek meghatározása **T** racionális gyökteszt, Horner-módszer **T** determináns = sajátértékek szorzata, nyom = sajátértékek összege **D** algebrai és geometriai multiplicitás **T** mátrixhatvány sajátértékei, mátrixhatvány hatása sajátértékkel **T** szimmetrikus, ferdén szimmetrikus, ortogonális, nilpotens mátrix sajátértékei **T** sajátértékhez kapcsolódó invariánsok **D** diagonalizálhatóság, sajátfelbontás **14.B** diagonalizálhatóság szükséges és elégséges feltétele **D** bal sajátvektor **T** sajátfelbontás diadikus alakja **T** különböző sajátértékekhez tartozó sajátvektorok/sajátaltérek **T** diagonalizálhatóság és geometriai multiplicitás **D** altérek direkt összege **T** ekvivalens definíciók **T** a sajátaltérek összege direkt összeg **D** ortogonális diagonalizálhatóság **T** valós főtengetlyétel **T** diagonalizálható mátrixok polinomjai

Jordan-féle normálalak **T** Mátrix felbontása blokkdiagonális alakra **D** Jordan-blokk, Jordan-mátrix, Jordan-lánc, Jordan-bázis **T** Jordan-féle normálalak létezése, egyértelműsége