

1. Lineáris transzformációk-e az alábbi $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ leképezések? Ha igen, akkor írjuk fel a mátrixukat az $\{(1, 2), (3, 0)\}$ bázisban!

$$\begin{aligned} T_1 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x^2 + y^2 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ T_2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2x - y \\ x - 3y \end{bmatrix}, \\ T_3 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2x - y + 1 \\ x - 3y - 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

2. (a) Írjuk fel annak a lineáris leképezésnek a mátrixát, amely a teret az $x + 2y - z = 0$ egyenletű sík mentén a $(0, 1, 3)$ vektor által kifeszített 1-dimenziós térre vetíti!

(b) Írjuk fel annak a lineáris leképezésnek a mátrixát, amely a teret a $(0, 1, 3)$ vektor által kifeszített 1-dimenziós altér mentén az $x + 2y - z = 0$ egyenletű síkra vetíti!

(c) Milyen geometriai transzformáció lesz a két vetítés összege és kompozíciója, azaz mi lesz mátrixaik összege és szorzata?

(d) Írjuk fel mindkét vetítés képterét és magterét!

3. Határozzuk meg a

$$T(x, y, z) = (x + z, x + y + 2z, -x + y, 2y + 2z),$$

vagy oszlopvektor-jelöléssel

$$T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} x + z \\ x + y + 2z \\ -x + y \\ 2y + 2z \end{bmatrix}$$

lineáris leképezés képterének és magterének egy bázisát!

4. Legyen az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

egy lineáris transzformáció mátrixa a standard bázisban. Írjuk fel ugyanennek a lineáris transzformációnak a mátrixát a

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

vektorok alkotta bázisban.

5. (a) Jelölje T a síknak az $y = x$ egyenesre való tükrözését, F pedig az origó körüli $+60^\circ$ -os forgatást. Írjuk fel T és F mátrixát a standard bázisban.

(b) Jelölje T_1 a síknak az x -tengelyre való tükrözését, T_2 a síknak az y -tengelyre való tükrözését, továbbá P_1 illetve P_2 a síknak az x -, illetve y -tengelyre való merőleges vetítését. Milyen geometriai transzformációknak felelnek meg a $T_1 + T_2$, $P_1 + P_2$ összegek, illetve a $T_1 \circ T_2$, $P_1 \circ P_2$ függvénykompozíciók?

6. Írjuk fel annak a lineáris leképezésnek a mátrixát a standard bázisban, amely a teret az $x + y + z = 0$ egyenletű síkra merőlegesen vetíti!

Feladatok az online tananyagból

6. fejezet

Vektortér-e?

Alterek

Kiegészítő alterek

Lineáris függetlenség

Lineáris leképezések

Mátrix másik bázisban

Bázis elemeinek permutációja

Lineáris leképezés inverze

Kommutátor

Lineáris rendszer

Mátrix bázispárban*

Polinom Laplace-transzformáltja