

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Σ

Matematika A1a 1. ZH **2019-03-14** **Neptun:** _____ **Név:** _____ **Gyv:** _____

A dolgozat feladatainak végeredményeit írjuk a keretbe, de a megoldás is szerepeljen a lapon! (Ha erre már nem férne el, a többi lap is beadandó! Minden további papírlap jobb felső sarkára mindenki írja föl a saját nevét és a Neptun-kódját!) A feladatok megoldásához semmilyen segédeszköz nem használható! Egymásról másolni, megoldást bármilyen módon átadni, beszélgetni a ZH közben nem szabad!

1. Döntsük el, hogy az alábbi állítások igazak vagy hamisak (I vagy H)! (1 pont)

(a) Ha **a**, **b** és **c** lineárisan összefüggők, akkor **a** előáll **b** és **c** lineáris kombinációjaként. ☐

(b) Az üres vektorhalmaz lineáris kombinációja a zérusvektor. ☐

2. Hasonlítsuk össze az alábbi halmazok számosságát, azaz tegyünk közéjük = vagy < jelet: $\mathbb{N}, \mathbb{R}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$. A halmaz számosságát $|\cdot|$ jellel jelöljük, azaz $\mathbb{N}$ számossága $|\mathbb{N}|$. (1 pont)

3. Tagadjuk az alábbi két állítást (a kvantorok megfelelő használatával): (1 pont)

„minden reggel ha besüt a nap, könnyezik a pálmám”
 „van olyan nap, hogy a menüben nincs lazac és nincs kaviár”

4. Írjuk le formulákkal azt, hogy az f függvénynek van határértéke, azaz folytassuk az alábbi mondatot, majd a leírt formulának írjuk le a tagadását is! *Tegyük fel, hogy f értelmezve van a c pontot tartalmazó valamely nyílt intervallumban – esetleg kivéve a c pontot. Azt mondjuk, hogy az f függvénynek a c helyen van határértéke, ha...* (1 pont)

5. Számítsuk ki az $(1, 1, 1)$, $(2, 1, 0)$, $(3, 0, 1)$ vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát, és adjuk meg orientációjukat! (1 pont)

6. Melyik helyes az alábbi két összefüggés közül:

$$A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$$
$$\neg(A \Rightarrow B) \equiv \neg A \Rightarrow \neg B$$

Amelyik igaz, azt igazolja igazságtáblával!

(2 pont)

7. Határozzuk meg az $\frac{-8\sqrt{3}-8i}{i}$ szám összes negyedik gyökét algebrai alakban!

(3 pont)

--

8. Bontsuk fel az $\mathbf{a} = (2, 3, -2)$ vektort egy a $\mathbf{b} = (6, -3, -2)$ vektorral párhuzamos $\mathbf{x}$ és egy rá merőleges $\mathbf{y}$ vektor összegére!
(2 pont)

9. Írjuk fel annak az egyenesnek az explicit (paraméteres) és implicit (paramétermentes) egyenletét, mely párhuzamos a $3x + y - z + 1 = 0$ és az $x + y + z = 0$ egyenletű síkokkal, és átmegy a $P(0, 4, 1)$ ponton.
(3 pont)

10. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely átmegy az $(1, 1, 4)$, $(1, 0, 2)$ és $(3, 1, 2)$ pontokon! (2 pont)

11. Számítsuk ki az $(a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 3x^2}{x^2 + 1} - 2x$, és a $(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{\sin^3 x}$ határértékeket! (3 pont)