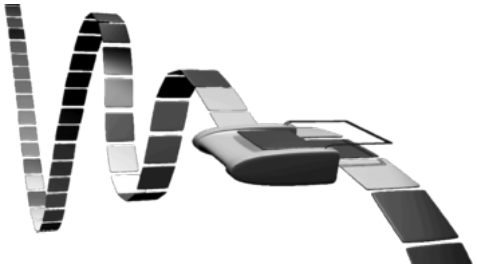
# Informatika 1
# 2. előadás: Absztrakt számítógépek

Wettl Ferenc

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2016-09-13

- A Turing-gép egy $M = \langle Q, \Gamma, b, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ hetes, ahol
- $Q$ az 'állapotok' nem üres halmaza,
- $\Gamma$ a 'szalag ábécé' véges, nem üres halmaza,

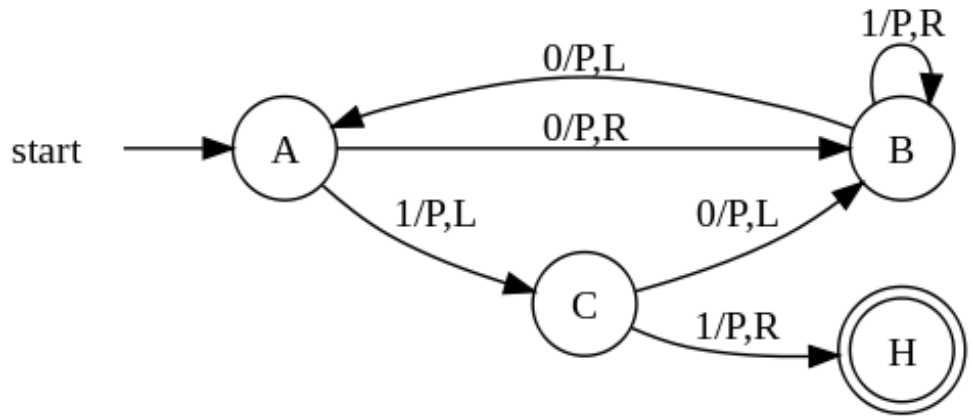


- $b \in \Gamma$ az 'üres szimbólum' (az egyetlen jel, amiből végtelen sok lehet a szalagon),
- $\Sigma \subseteq \Gamma \setminus \{b\}$ a 'bemeneti jelek' halmaza,
- $q_0 \in Q$ a 'kezdő állapot'
- $F \subseteq Q$ a 'végállapotok' halmaza (ekkor a gép leáll).
- $\delta : (Q \setminus F) \times \Gamma \hookrightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ az 'átviteli függvény' (ha nincs értelmezve, a gép leáll), ahol $R$ a szalag jobbra, $L$ balra mozgatást jelenti,

H *Church–Turing-tézis*: minden formalizálható probléma, ami megoldható algoritmussal, az megoldható Turing-géppel is.

- Dolgos hód (Radó Tibor, 1962, busy beaver) az a Turing-gép, amely adott típusú Turing-gépek közül a legtöbb nem üres jelet írja egy üres szalagra, és véges lépésben leáll.
- $Q = \{A, B, C, HALT\}$
- $\Gamma = \{0, 1\}$
- $b = 0$ (az üres jel)
- $\Sigma = \{1\}$
- $q_0 = A$ (kezdő állapot)
- $F = \{HALT\}$
- $\delta$ táblázata:

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 0 | 1RB | 1LA | 1LB |
| 1 | 1LC | 1RB | 1RH |




| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | A | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | C | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | B | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | A | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | B | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | B | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | B | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 12 | A | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 13 | C | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | H | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

- Knuth: A programozás művészete c. könyve számára kigondolt hibrid (bináris/decimális) gép (assembler nyelve a MIXAL)
- Egy bájt binárisan 6 bit (0–63), decimálisan 2 számjegy (0–99). Egy szó 5 bájt és egy előjel.
- Regiszterek: A (akkumulátor) és X (extension) (5 bájt + előjel), 6 indexregiszter (2 bájt + előjel), J (jump, 2 bájt)
- Egy példaprogram:

```
TERM    EQU    19          console device no. (19=typewriter)
        ORIG   1000        start address
START   OUT    MSG(TERM)   output data at address MSG
        HLT                halt execution
MSG     ALF    "HELLO"
        ALF    " WORL"
        ALF    "D    "
        END    START       end of program
```

- Egy tutorial.

- A RAM-gép egy természetes számokkal indexelt $p$ programtárból és egy természetes számokkal indexelt $r$ adattárból áll, mely induláskor csak 0-kat tartalmaz.
- A program végrehajtása a $p_0$ cellájába írt utasítással indul és egy üres utasítással zárul.
- Az adattár $i$-edik cellájának ($i \in \mathbb{N}_0$) tartalmát $r[i]$ vagy $r_i$ jelöli, ami csak egész szám lehet.
- Megengedett utasítások, ahol $z \in \mathbb{Z}$, $i, n \in \mathbb{N}_0$:

  $r_i \leftarrow z$

  $r_i \leftarrow r_n$, $r_i \leftarrow r_{r_n}$ (azaz $r_i \leftarrow r[r[n]]$),

  $r_i \leftarrow r_i \pm r_n$, $(r_i \leftarrow r_i * r_n,\ r_i \leftarrow r_i / r_n)$,

  $p_n$: ugrás az $n$-edik programsorra,

  if $r_i = 0$ $p_n$: ugrás az $n$-edik programsorra, ha $r_i = 0$,

  if $r_i > 0$ $p_n$: ugrás az $n$-edik programsorra, ha $r_i > 0$,

A RAM-gép előadáson bemutatott „számítógépszerű” változata:

- A programtár és a memória véges,
- minden memóriacella 1-bytos, minden utasítás 2-bytos, az első byte az utasítást, a második az operandust tartalmazza, pl.

  `ADD 12` jelentése: $r_0 \leftarrow r_0 + r_{12}$
- számítás és összehasonlítás csak a 0-dik memóriacella (és esetleg egy másik) tartalmával végezhető,
- az utasításokat mnemonikokkal jelöljük, ezek három változata:
  - közvetlen: az $n$ operandus egy szám, a műveletet azzal végezzük (jelölése az utasítás végére tett =)
  - direkt: az $n$ operandust memóriacímnek tekintjük és a műveletet az $r[n]$ (azaz az $r_n$) tartalmával végezzük,
  - indirekt: az $n$ operandust egy memóriacím címének tekintjük, a műveletet az $r[r[n]]$ (azaz az $r_{r_n}$) számmal végezzük (jelölése az utasítás végére tett *)

## Vezérlő utasítások

| | | |
|---|---|---|
| `JUMP` | $n$ | ugrás az $n$-edik utasításra |
| `JZERO` | $n$ | ugrás az $n$-edik utasításra, ha $r_0 = 0$ |
| `JGTZ` | $n$ | ugrás az $n$-edik utasításra, ha $r_0 > 0$ |
| `HALT` | | leállás |

## Aritmetikai utasítások

| | *direkt* | | | *indirekt* | | | *közvetlen op* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| `ADD` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 + r_n$ | `ADD*` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 + r_{r_n}$ | `ADD=` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 + n$ |
| `SUB` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 - r_n$ | `SUB*` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 - r_{r_n}$ | `SUB=` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 - n$ |
| `MULT` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 * r_n$ | `MULT*` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 * r_{r_n}$ | `MULT=` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 * n$ |
| `DIV` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 / r_n$ | `DIV*` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 / r_{r_n}$ | `DIV=` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_0 / n$ |

## Adatmozgatás, IO

| | *direkt* | | | *indirekt* | | | *közvetlen op* | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| `LOAD` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_n$ | `LOAD*` | $n$ | $r_0 \leftarrow r_{r_n}$ | `LOAD=` | $n$ | $r_0 \leftarrow n$ |
| `STORE` | $n$ | $r_n \leftarrow r_0$ | `STORE*` | $n$ | $r_{r_n} \leftarrow r_0$ | | | |
| `READ` | $n$ | az input eszközről $r_1, r_2, \ldots, r_n$-be olvas $n$ számot | | | | | | |
| `WRITE` | $n$ | az output eszközre írja $r_1, r_2, \ldots, r_n$ tartalmát | | | | | | |

Írjunk programot $(a, b)$ kiszámítására, ahol $a, b \in \mathbb{N}_0$!

```
 p   utasítás operandus  megjegyzés
 0   LOAD  =  12
 1   STORE     1         r[1] <- a
 2   LOAD  =  16
 3   STORE     2         r[2] <- b
 4   JZERO    17
 5   LOAD      1         r[0] <- r[1]
 6   DIV       2         r[0] <- ⌊a/b⌋
 7   STORE     3         r[3] <- ⌊a/b⌋
 8   MULT      2
 9   STORE     4         r[4] <- b*⌊a/b⌋
10   LOAD      1
11   SUB       4         r[0] <- a - b*⌊a/b⌋ = a mod b
12   STORE     5
13   LOAD      2
14   STORE     1         r[1] <- b
15   LOAD      5         b <- a mod b
16   JUMP      3
17   LOAD      1
18   STORE     6         itt az (a,b)
19   HALT      0
```

Írjunk programot a Collatz-problémára: legyen $x \in \mathbb{N}^+$, ha $x$ páros legyen $x \leftarrow x/2$, ha $x$ páratlan, legyen $x \leftarrow 3x + 1$. Ellenőrizzük, hogy valamely $x$-ből indulva eljutunk-e az 1-esig.

```
 p   Assembly  op.    Gépi kód            3x + 1 (COLLATZ PROBLÉMA)
 0   LOAD   =  33     10000011  00100001  input érték megadása
 1   STORE     2      10010000  00000010  a 2-ben tároljuk
 2   DIV    =  2      01110011  00000010  osztjuk 2-vel
 3   STORE     1      10010000  00000001  1 rekeszbe
 4   MULT   =  2      01100011  00000010  szorozva 2-vel
 5   SUB       2      01010000  00000010
 6   JZERO     11     11100000  00001100  ha páros volt, elugrunk
 7   LOAD      2      10000000  00000010
 8   MULT   =  3      01100011  00000011  szorzás 3-mal
 9   ADD    =  1      01000011  00000001  plusz 1
10   JUMP      1      11010000  00000010  ugrás 1-re
11   LOAD      1      10000000  00000001  ha páros volt
12   STORE     2      10010000  00000010
13   SUB    =  1      01010011  00000001  egyenlő 1?
14   JZERO     17     11100000  00010010  ha igen, HALT
15   LOAD      1      10000000  00000001  ha nem, tovább
16   JUMP      2      11010000  00000010  ugrás 2-re
17   HALT             11000000  00000000
```

# és a valódi gépek?

- Neumann-elv: a memóriában nincs különbség adat és program között.
- Gépi kód: a számítógép processzora számára közvetlen utasításként értelmezhető „számsor”.
- Minden programozási nyelven írt kód gépi kóddá fordul.
- A gépi kódhoz legközelebbi nyelv az assembly, mely mnemonikokkal teszi megjegyezhetővé a gépi kódú utasításokat (de sok egyéb, a programozást segítő képességgel is rendelkezik). Az assemblyt gépi kódra fordító neve assembler.
- A regiszterek a számítógépek CPU-inak gyorsan írható-olvasható, speciális feladatokat elvégző, 1-2-szavas tárolói.
  - Akkumulátor(regiszter): a művelet bemenő adatát tárolja.
  - Címregiszter: a memória adott címét tárolja.
  - Utasításszámláló: a következő parancs címe.
  - Bázis- és indexregiszter: a címzést segíti (nem minden processzorban van).

# Kérdések

1. Hogy működik a Turing-gép?
2. Melyik Turing-gépre írt programokat nevezzük dolgos hódnak?
3. A RAM-gép Neumann-elvű?
4. Mi a különbség a direkt és az indirekt gépi utasítás között?
5. Mik a regiszterek, soroljon fel néhányat.
6. Mi a gépi kód, az assembly és az assembler?
7. Mi a memória tartalma az alábbi RAM-program végrehajtása után?

```
1    LOAD=     5
2    STORE     1
3    STORE*    1
4    JZERO     7
5    LOAD=     2
6    MUL       1
7    HALT
```