

1. ZH Bevezetés az algebra 2 2016-03-31 16:00

A dolgozat alatt semmilyen segédeszköz nem használható. A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatók. Kidolgozási idő 60 perc.

1. A Gram-Schmidt ortogonalizáció segítségével határozzuk meg az alábbi \mathbf{A} mátrix QR-felbontását és ennek segítségével az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ egyenletrendszer optimális megoldását! (4 pont)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & -1 \\ 4 & 20 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

2. Householder-tükrözéssel és Givens-forgatással is vigyük át a $(3, 0, 4)$ vektort az $(5, 0, 0)$ vektorba! (4 pont)
3. Határozzuk meg az alábbi mátrix karakterisztikus polinomját, minimálpolinomját és sajátaltèreit! Hasonló-e diagonális mátrixhoz? (4 pont)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Számítsuk ki az alábbi mátrix spektrálfelbontását, melyek lesznek a sajátaltèrekre való projekciók? (4 pont)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Hozzuk kanonikus alakra az alábbi másodrendű görbe egyenletét és ábrázoljuk az eredeti koordinátarendszerben! Milyen definit a másodfokú rész által alkotott kvadrátikus alak? (4 pont)

$$6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0$$