

**2. ZH Bevezetés az algebra 1 2015-12-01 16:00**

*A dolgozat alatt semmilyen segédeszköz nem használható. A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatók. Kidolgozási idő 60 perc.*

1. Határozzuk meg a  $p$  és  $q$  valós paraméterek értékét úgy, hogy a

$$2x + 4y + pz = q, \quad x - y = 4, \quad x + 2y + 3z = 1$$

egyenletű síkok metszete egyenes legyen. Adjuk meg az egyenes explicit (paraméteres) egyenletrendszerét is! (4 pont)

2. Adjuk meg az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

mátrix bázisfelbontását! Ennek segítségével bontsuk  $\mathbf{A}$ -t  $r(A)$  darab diád összegére! (4 pont)

3. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{O} & \mathbf{X} \end{bmatrix},$$

ahol az  $\mathbf{O}$ ,  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$  mátrixok  $n \times n$ -esek,  $\mathbf{O}$  nullmátrix,  $\mathbf{X}$  mellékátlójában 1-esek  $\mathbf{Y}$  mellékátlójában  $-1$ -esek állnak, minden más elem nulla. Határozzuk meg  $\mathbf{A}$  determinánsát és inverzét! (4 pont)

4. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ és } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

a) Mely  $a$  valós paraméterek esetén oldható meg az  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  lineáris egyenletrendszer Cramer-szabállyal?

b)  $a = 0$  esetén oldjuk meg Cramer-szabállyal! (4 pont)

5. Határozzuk meg az origón átmenő  $\mathbf{v} = (1, 2, 1)$  normálvektorú síkra való merőleges vetítés mátrixát a standard bázisban. Mi ennek a leképezésnek a magtere és a képtere és mennyi ezek dimenziója? Adjuk meg a magtér és a képtér egy-egy bázisát is! (4 pont)