

1. ZH Bevezetés az algebra 1 2015-10-20 16:00

A dolgozat alatt semmilyen segédeszköz nem használható. A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatók. Kidolgozási idő 60 perc.

1. A kibővített euklideszi algoritmus segítségével határozzuk meg a 328 és a 28 legnagyobb közös osztóját és számítsunk ki olyan a és b egész számokat, hogy $328a + 28b = (328, 28)$ legyen! (4 pont)
2. Adjuk meg az alábbi kongruencia rendszer összes megoldását! (4 pont)

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 2 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

3. Végezzük el a következő műveleteket! (4 pont)

(a) $\frac{5 + 3i}{3 - i}$

(b) $\sqrt[3]{-1 - i}$ és itt ábrázoljuk az eredményt a komplex számsíkon!

(c) i^{7777}

4. Számítsuk ki a primitív 15-ödik egységgyököket! (Indokoljunk!) (2 pont)

5. Legyen $p(x) = x^4 + 2x^2 + 2$. (3 pont)

(a) Irreducibilis-e $p(x)$ a racionális számtest felett?

(b) Mennyi a gyökeinek összege és szorzata?

(c) Tekintsük most a fenti polinomot a \mathbb{Z}_5 felett. Van-e ott gyöke? Ha van, a Horner-séma segítségével bontsuk fel a polinomot egy elsőfokú és egy 3-adfokú polinom szorzatára!

6. Bontsuk fel az $x^4 + 4$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára \mathbb{R} és \mathbb{C} fölött! (3 pont)