

3. Házi feladat (határidő: 2017-09-29)

A feladatokra teljes, tömör és világos megoldást kérünk részletszámításokkal, indoklással, az eredmény leírása nem elegendő. Minden feladat 1 pontot ér. Pontosan 10 feladat megoldását kell beadni, melyből legalább 8 pontot el kell érni! Más megoldását lemasolni nem szabad!

1. Oldjuk meg a következő lineáris kongruenciákat!

(a) $4x \equiv 6 \pmod{14}$,

(b) $4x \equiv 6 \pmod{16}$,

(c) $4x \equiv 8 \pmod{16}$.

2. Számítsuk ki $3^{-1} \pmod{13}$, $3^{-1} \pmod{26}$ és $3^{-1} \pmod{52}$ értékét!

3. Készítsük el a modulo 12 összeadás és szorzás művelet tábláját! Készítsük el a 12-höz relatív prímekek és a 8-hoz relatív prímekek szorzástábláját!

4. Oldjuk meg az

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

kongruenciarendszert!

5. Oldjuk meg a komplex számok halmazán a

$$z^2 + 2iz - 1 + i = 0$$

egyenletet!

6. Számítsuk ki az $1 - 2i$ komplex szám négyzetgyökeit (trigonometrikus alak használata nélkül)!

7. Mi a mértani helye a síkon azoknak a pontoknak, amelyeknek megfelelő komplex számokra a) $|z - 5 + i| = 2$; b) $|z - i| = |z + i|$?

8. Adjuk meg $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ függvényként (a szokásos algebrai műveletek segítségével) az $1 + i$ körüli 60° -os forgatást! Mi a képe $3 - i$ -nek ennél a forgatásnál?

9. Adjuk meg annak a négyzetnek a másik két csúcsát, melynek két átellenes csúcsát két adott komplex szám z_1 és z_2 alkotják!

10. Mutassuk meg, hogy egy R gyűrűben $0a = 0$ és $(-a)b = -(ab)$.

*11 Legyenek a és n egyménél nagyobb egészek. Mutassuk meg, hogy ha $a^n + 1$ prím, akkor n kettőhatvány!

*12 Mutassuk meg, hogy az

$$x \equiv a \pmod{m}$$

$$x \equiv b \pmod{n}$$

kongruenciarendszer pontosan akkor oldható meg, ha $(m, n) \mid (a - b)$. Ha a rendszer megoldható, a megoldás egyértelmű modulo $[m, n]$.